

用于多导体传输参数提取的等效电流密度法

门秀花¹, 李舜酩¹, 占日新²

(1. 南京航空航天大学能源与动力学院, 210016, 南京; 2. 中国直升机设计研究所, 333001, 江西景德镇)

摘要: 针对电信号的有效传输受外界环境引起自身参数变化的问题, 提出了一种基于有限元方法求取传输参数的等效电流密度法. 通过对实验中电路参数法的研究, 建立了传输电缆中的多根铜芯相互作用模型. 分析了导体间涡流作用的形式, 求取此作用产生的感应电压和电流密度重新分布参数, 由此推导出电阻和电感传输参数求解公式, 由有限元方法实现了参数提取. 仿真结果表明: 这种方法能够实现多导体模型电阻和电感参数的有效提取; 当信号频率升高时, 交流电阻及功耗有所增加; 电阻和电感参数均有相应的频变特性, 即在特定频段内呈线性变化.

关键词: 参数提取; 有限元法; 等效电流密度; 频变分析; 多导体

中图分类号: TM15 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)12-1521-05

Equivalent Current Density Method for Transmission Extraction of Multiconductor

MEN Xiuhua¹, LI Shunming¹, ZHAN Rixin²

(1. College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. China Helicopter Research and Development Institute, Jingdezhen, Jiangxi 333001, China)

Abstract: A novel method named equivalent current density based on finite element method was developed for parametric variation problem of signal transmission caused by the external environment. According to the investigation on circuit parameters measurement, multiconductor model of transmission cable is established, and the induction voltage and the redistribution character of current density at the conductor cross-section caused by the eddy current are also discussed. The new formulas of resistance and inductance are derived based on the equivalent current density and parameters exaction is realized with the finite element method, which demonstrates validation of the method for extracting transmission parameters. And the increased signal frequency leads to the corresponding increase of AC resistance and power consumption. The resistance and inductance manifest the frequency-dependent characters linearly varying within some frequency bands.

Keywords: parameters exaction; finite element method; equivalent current density; frequency-dependent analysis; multiconductor

电信号的测试易受外界电磁及高温环境的影响, 除传感器本身灵敏度受其影响外, 测试与采集间的传输电缆也会受其影响发生自身参数的变化, 进而影响信号传输的准确性, 使采集到的信号存在一定误差. 因此, 有效提取多导体传输电缆的参数特性, 确定有效阻抗以及传输电路, 提高采集信号准确

性具有重要的意义.

对于传输电缆的参数特性, 以传统的实验测试方法为主, 即测量导体两端端路电压法, 利用 $R = U/I$ 的方法获取电阻参数, LC 阻抗仪获取电感和电容参数, 却忽略内部多导体间的相互作用. 当电缆流经交流信号时, 增强的导体间相互作用使得阻抗特

性发生变化,所以简单的电参数用于模拟信号的传输特性具有局限性.为此,有效的参数提取是信号传输的一个重要环节,其提取方法在解析方法和数值方法各有发展.解析方法^[1]具有推导公式复杂、计算量大的缺点,因而诸多的提取方法在解析方法的基础上发展了数值方法.部分单元等效电路(PEEC)法是通过电磁场方程推导出的等值电路模型^[2],将导体进行分段解耦求解,是一种电路模拟的方法,与通用的 Spice 电路模拟不同^[3].有限差分频域法(FDFD)^[4]、有限差分时域法(FDTD)、FEM^[5]和BEM^[6]等方法能快速求解特定情况下的电参数.信号传输是一个完整的回路过程,导体间相互作用而产生的互电阻、互电感等参数与回路的特征有关^[2],通常建立“虚拟地”来构成回路^[7],但具有局限性.

由此可见,为准确提取参数,需以解析方法为指导,实现多种模拟方法相结合.本文基于电磁分析 Maxwell 方程,将实际电路测试参数法应用于有限元分析中,考虑多导体间存在的涡流现象,建立信号回路,对传输参数及其频变特性进行提取和分析.

1 同轴电缆多导体计算模型

1.1 电磁分析模型

测试中以低噪声同轴电缆(见图 1)的应用居多,本文以此种电缆作为研究对象,其内部缆芯由 7 根铜导线组成,并由绝缘层包围,外围是双层铜质铠装,以护套保护,这样可有效减小外界电磁干扰.

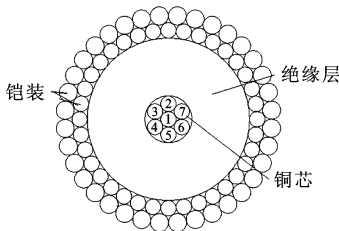


图 1 同轴电缆横截面图

由图 1 可知,7 根铜导体相邻很近,流经导体的交流电流,由于电磁感应的作用会在导体内部产生感应电流,导致电流在导体中的分布随着导体的表面形状和磁通的分布而不同,形成涡流,如图 2 所示.涡流的存在使得导体间存在邻近效应及趋肤效应,故此时 Maxwell's 方程为

∇ × H = J + ∂D/∂t = J_S + J_E + ∂D/∂t (1)

∇ × E = -∂B/∂t (2)

∇ · B = 0 (3)

∇ · D = η (4)

式中:H 为磁场强度向量;J 为总电流密度向量;J_S 为源电流密度向量;J_E 为感应涡流电流密度向量;D 为电感应强度向量;E 为电场强度向量;B 为磁感应强度向量;η 为电荷密度.

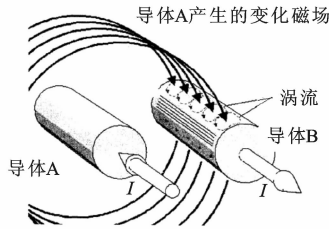


图 2 邻近效应涡流示意图

涡流的存在导致电流密度分布不均匀,使得有效电阻和电感参数发生变化.利用有限元方法,取单位长度的导体进行研究,并进行如下设定:①7 根铜芯具有相同的横截面,仅考虑内部导体间的电磁相互作用,外部的电磁效应全部被屏蔽层屏蔽;②通入导体的源电流密度是均匀分布的,并考虑涡流对电流密度重新分布的影响;③由分析可得,绝缘层电介质对电阻和电感参数影响甚少^[7],且铠装为铜质,故将外围设定为统一的磁导率.

1.2 信号完整性分析

测试过程中,采用地线作为电位基准,将地线定义为信号流回源的低阻抗路径,突出了电流的流动.当电流流过有限阻抗时,会导致电压降.同轴电缆是非平衡介质,外面所包的屏蔽层铠装起到了地线与屏蔽的作用,并可建立回流电路.因此,本文建立满足如图 3 所示的回路,满足 ∑_{i=1}⁷ I_i = I,设 I₁ = I₂ = ... = I₇.回路的设置将影响阻抗,由于其复杂性,所以诸多研究在电路中常采用零电流约束.为提高准确性,本文将零电流约束由导体回流代替.

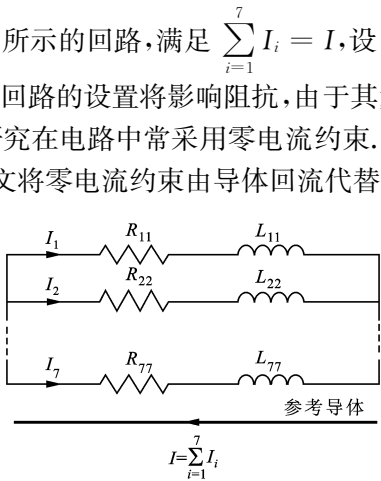


图 3 多导体传输模型

此电路可用下式表征,即

V = RI + L dI/dt (5)

多导体时,各量均为矩阵.将导体分段,设其阻抗为 Z=R+jωL,经转换可得

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I} = [\mathbf{R}(\omega) + \mathbf{j}\mathbf{L}(\omega)]\mathbf{I} \quad (6)$$

由此,电阻和电感参数转换为与频率有关的参数.交流信号的频率直接影响阻抗参数,任何阻抗的突变都会引起电压信号的失真,信号质量出现问题.由式(1)可分析瞬态和静态下的电路效应、涡流引起的参数变化问题、转换为互电阻和互电感的变化特征.因此,式(5)、式(6)中的参数矩阵变为 7×7 形式.

2 参数提取的等效电流密度法

设流经同轴电缆 i 中的电流为 I_i ,以导体为参考回路,电阻能量损耗 $P_{d,i}$ 和导体储存的磁能 $W_{m,i}$ 可由能量法求得,并可分别获得电阻和电感参数

$$R_i = P_{d,i}/I_i^2 = \int J_i \cdot J_i^* dS / (\sigma \int J_i dS)^2 \quad (7a)$$

$$W_{m,i} = (1/2)L_i I_i^2 \quad (7b)$$

式中: J 为导体表面电流密度; σ 为导体的电导率. 本文将能量法进行转换,采用有限元方法实现导体截面的感应电压及电流密度分布特性,以求取传输参数,故可将此方法定义为等效电流密度法.

涡流表征了导体间的相互作用,其存在改变了导体间的磁场域及导体横截面电流密度的分布,提取等效电流密度可提取传输参数.分析时设定:

(1) 设电流密度和磁场向量的方向是沿 z 方向的,且保持不变,只是随时间发生正弦变化;

(2) 流经电流的导体认定为有限传导,忽略位移电流的作用.

设图 1 所示结构中的导体 $i(i=1,2,\dots,7)$ 的电流为 I_i ,其他导体的为 0,且具有相同的横截面积.该导体 i 通入交变电流时,自身会产生涡流,也会在邻近导体 j 产生感应电流.邻近导体 j 的感应电流会反过来在导体 i 上产生感应电流,这是相互作用的过程.故设导体的等效源电流和感应电流分别为 $I_{i,S}, I_{i,E}(i=1,2,\dots,7)$,则导体总电流为两者之和

$$\begin{aligned} I_i &= I_{i,E} + I_{i,S} \\ &= -j\omega \sigma \iint A_i(x,y) dx dy + J_{i,S} S \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $A_i(x,y)$ 为向量磁位; S 为导体横截面面积; 导体 i 在邻近导体 j 上的感应电流由涡流产生,即

$$\begin{aligned} I_{j,E} &= -j\omega \sigma \iint A_j(x,y) dx dy \\ j &= 1,2,\dots,7; j \neq i \end{aligned} \quad (9)$$

转换成电流密度表示,则导体 i 上的等效源和感应电流密度可分别为 $J_{i,S}, J_{i,E}(i=1,2,\dots,7)$,邻近导体 j 的电流密度为

$$J_{j,E} = -j\omega \sigma A_j(x,y)$$

$$j = 1,2,\dots,7; j \neq i \quad (10)$$

以两个导体为例,可用图 4 表示导体间的关系.

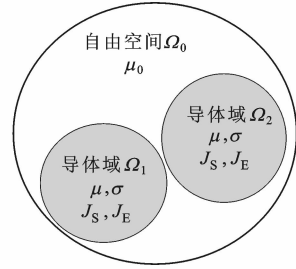


图 4 多导体电磁感应分析模型

利用式(9)、式(10)的电流密度可求取此时各导体的能量,设单位长度的导体能量损耗为

$$\begin{aligned} U_{AC,i} &= \iint \frac{|J_i(x,y)|^2}{\sigma} dx dy = \\ &= \rho \iint |J_i(x,y)|^2 dx dy \end{aligned} \quad (11)$$

式中: ρ 为导体电阻率; $J_i(x,y)$ 依据各个导体而有所不同.结合式(7)可求得电阻参数 R_{ij} . 导体的直流损耗与直流电阻有关,故可得单位长度直流损耗为

$$U_{DC,i} = |I_i|^2 R_{DC,i} = \frac{|I_i|^2 l}{\sigma S} = \frac{|I_i|^2}{\sigma S} \quad (12)$$

可见, ρ 一定时, $U_{AC,i}$ 与施加信号的频率有关, $U_{DC,i}$ 则是与加载信号的幅值以及结构形状和材料有关.

导体的电感由其自身储存的磁场能量决定,依据式(7),可以得到单位长度的导体储存的磁能^[8]为

$$\begin{aligned} W_{m,i} &= (1/2)L_i I_i^2 = \\ &= \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} \iint A_i(x,y) J_i^*(x,y) dx dy \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

进行转换可获取单位长度的自电感和互电感参数,其中 $*$ 为复数共轭.

由上述求得能量来获取参数,依然存在积分求解复杂的问题.本文将上述电流密度进行转换,转换呈阻抗形式以式(5)、式(6)进行求解.

涡流的存在影响磁力线,即影响了感应电压.设沿导体的电势分布为 $\mathbf{V}(z)$,满足拉普拉斯方程

$$\frac{d}{dz} \sigma \frac{d}{dz} \mathbf{V}(z) = 0$$

$$d\mathbf{V}(z)/dz = (j\omega\mathbf{L} - \mathbf{R})\mathbf{I} = -\mathbf{Z}\mathbf{I} \quad (14)$$

设导体为单位长度,由 $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} = \sigma(-d\mathbf{V}/dz)$,推导出该导体自身电压,及在其他导体的感应电压分别为

$$\left. \begin{aligned} V_{ii} &= E_{ii} = \rho J_{ii} \\ V_{ij} &= -j\omega \sigma A_{ij} \\ i &= 1,2,\dots,7; j = 1,2,\dots,7; i \neq j \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

各导体 $V(z)$ 的存在, 决定了有沿 z 方向的电流流动, 此时采用有限元方法, 提取 z 方向的有效电流密度的实部和虚部, 由式(14)求解, 得

$$Z_{ij} = V_{ij}/I_i = R_{ij} + j\omega L_{ij} \tag{16}$$

$$R_{ij} = \text{Re}\{V_{ij}/I_i\} = \text{Re}\{\rho J_{ij}/I_i\}$$
$$i = 1, 2, \dots, 7; j = 1, 2, \dots, 7 \tag{17}$$

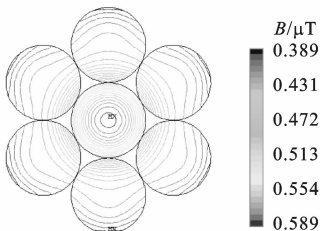
$$L_{ij} = \text{Im}\{V_{ij}/I_i\} = \text{Im}\{\rho J_{ij}/I_i\}$$
$$i = 1, 2, \dots, 7; j = 1, 2, \dots, 7 \tag{18}$$

由此, 分别可得到 7×7 的电感和电阻矩阵.

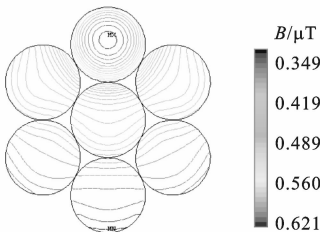
3 数值计算

采用如图 1 所示的导线结构进行有限元分析, 依据图 4 所示对各导体施加边界条件, 导体间就会有互电感存在. 导体电流的变化, 使得穿过平面的磁力线会发生变化, 产生感应电压, 激起了涡流. 涡流的存在反过来又会产生自己的磁力线.

由图 5 所示, 分别为导体 1 和导体 2 施加电信号时的电磁感应向量磁力线, 均呈圆形扩散分布, 并与本导体距离越远, 磁力线越稀疏. 仿真表明, 涡流



(a)导体 1



(b)导体 2

图 5 向量磁位示意图

现象随加载频率的增加而增加, 导体引发的效应明显. 选取半径为 0.3 mm 的导体, 频率为 100 Hz、幅值为 1 的电信号, 由有限元分析实现参数提取方法, 所得数据与文献[8]进行比较. 以两个导体的 R_{11} 、 L_{11} 、 R_{12} 、 L_{12} 为例, 求解结果如表 1 所示.

可见, 两种方法得到的结果与文献[8]是一致的, 由此证明了此方法的有效性. 由式(6)可知, 阻抗

表 1 参数提取结果

方法	$R_{11}/$	$L_{11}/$	$R_{12}/$	$L_{12}/$
	$\Omega \cdot \text{m}^{-1}$	$\mu\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$	$\Omega \cdot \text{m}^{-1}$	$\mu\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$
电流密度法	0.045 19	0.550 2	0.079 07	0.421 1
文献[8]方法	0.045 17	0.550 1	0.079 08	0.421 0

是频变参数, 加载频率的变化对电阻和电感参数均有影响.

3.1 随频率变化的电阻

由式(17)、式(18)可知, 在电阻率一定的情况下, 自电阻和互电阻参数由通过横截面的电流密度决定. 导体间存在的涡流引起的电流密度的变化与频率有关, 由此可确定, 电阻参数随加载频率变化. 无涡流存在时, 导体以直流损耗为主, 此时导体的直流电阻由 $\rho l/S$ 决定.

AC-DC 电阻比随着频率的增加而增大, 由频率为 1 Hz 时比值为 1, 到 10 kHz 时比值已经超过 50, 即损耗已基本是交流损耗, 见图 6. 采用本文方法得到的电阻参数如图 7 所示.

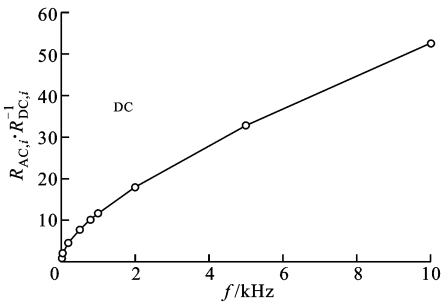


图 6 导体的 AC-DC 电阻比

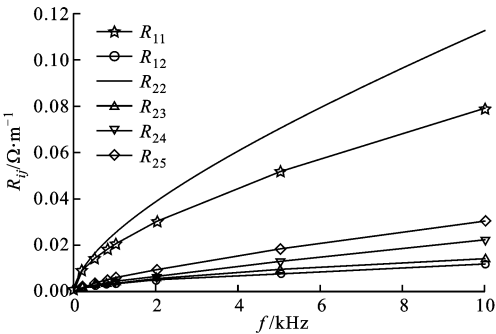


图 7 电阻参数频变特性

自电阻和互电阻参数随着频率的增加而增大, 自电阻增加幅度较互电阻大, 互电阻在 1 Hz 时几乎为 0, 频率的增加使其效应增加, 基本呈线性变化. 可见, 涡流的存在使电阻有效值增加, 不同频率信号对应不同的阻值, 用于式(5)、式(6)求解的阻抗将发生变化, 使得信号输出与输入间有偏离.

3.2 随频率变化的电感

自电感和互电感参数的变化可由围绕在导体上的磁力线观察可得,与通电导体距离越近的导体周围的磁力线较密,互电感值越大,且最密的磁力线是围绕通电导体自身,故自电感始终大于互电感,见图 5、图 6。同样由式(18)可得,电感参数值由导体的电流密度的分布及加载频率决定。通过有限元方法提取相应参数,采用上述方法计算可得自电感和互电感参数,如图 8 所示。

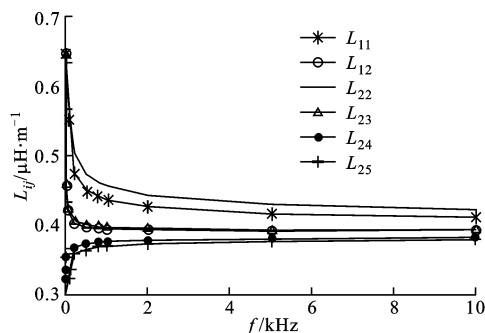


图 8 电阻参数频变特性

在低频段 0~500 Hz,自电感和互电感的变化幅度大,尤其是两个自电感,下降幅度为 65%左右。当频率超过 2 kHz 时,自电感和互电感参数变化平稳,基本呈线性变化。作为阻抗中的虚部,其变化对阻抗有着重要影响。

电阻和电感参数随频率变化引起的阻抗变化,将对信号传输产生重要的影响。利用所提出的方法可以快速有效地提取参数,提高信号传输分析的准确性。同时,依据频变规律,可取合适频段,电阻和电感参数随频率线性变化,依据式(6)快速提取阻抗。

4 结 论

(1)采用的低噪声同轴电缆为多导体结构,伴随交变信号的涡流使得电流密度分布不均匀,增加了导体间的趋肤和邻近效应,互电阻和互电感参数不能忽略,且对传输电路产生重要影响。

(2)将实际过程与分析相结合,提出的基于有限元法的等效电流密度法,能够减少解析方法的复杂性,快速有效提取参数。

(3)电阻和电感均受频率变化的影响,参数在一定频率段呈线性变化,故可采用插值获取。由此得到不同频率下的电参数值,将有助于分析信号采集的准确性。

参考文献:

- [1] TSUK M J, KONG J A. A hybrid method for the calculation of the resistance and inductance of transmission lines with arbitrary cross sections [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1991,39(8):1338-1347.
- [2] 戚哲龙,钟玉林,孙旭东,等. 用于传导电磁干扰分析的接地回路模型与参数[J]. 中国电机工程学报,2005,25(7):156-161.
XIAN Zhelong, ZHONG Yulin, SUN Xudong, et al. Grounding circuit model and parameters for conducted EMI analysis[J]. Proceeding of the CSEE, 2005,25(7):156-161.
- [3] ARANEO R, CANIGGIA S, MARADEI F. New extraction procedure of shielded cable SPICE macro-model for the prediction of signal integrity and conducted immunity[C]//2006 IEEE International Symposium on EMC. Piscataway, NJ, USA:IEEE,2006:751-755.
- [4] RAMAHI O M, SUBRAMANIAN V, ARCHAMBEAULT B. A simple finite-difference frequency-domain (FDFD) algorithm for analysis of switching noise in printed circuit boards and packages [J]. IEEE Transactions on Advanced Packaging, 2003,26(2):191-198.
- [5] MITSUHASHI T, YOSHIDA K. A resistance calculation algorithm and its application to circuit extraction [J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1987,6(3):337-345.
- [6] 王习仁,喻文健,王泽毅. 三维互连电阻解析与边界元耦合提取方法[J]. 清华大学学报(自然科学版),2004,44(9):1277-1281.
WANG Xiren, YU Wenjian, WANG Zeyi. Coupled analytical and boundary element method for 3-D interconnecting resistance calculations[J]. Journal of Tsinghua Univ (Sci & Tech),2004,44(9): 1277-1281.
- [7] VAKILIAN M, BLACKBURN T R, PHUNG B T, et al. Investigation of PD signal propagation characteristics in XLPE cables[C]//2004 International Conference on Power System Technology. New York, USA: IEEE,2004:1863-1868.
- [8] KONRAD A. Integrodifferential finite element formulation of two-dimensional steady-state Skin effect problems[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1982, MAG-18(1):284-292.

(编辑 杜秀杰)